

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

Soluție

1.a) $\Delta = 14m - 4 \neq 0 \Rightarrow m \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{7} \right\}.$

b) $m = \frac{2}{7}.$

c) $d_2 \cap d_3 = \{(7, -3)\}; (7, -3) \in d_1 \Rightarrow m = \frac{2}{7}.$

2.a) $\det A = m \in \left\{ \pm 1 \right\}.$ Cum $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ este un corp comutativ, rezultă că A este inversabilă. Se arată că $ABA = B$.

b) $|H| = 10.$ Fie $X_1, X_2 \in H \Rightarrow X_1 = \begin{pmatrix} m & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, X_2 = \begin{pmatrix} m' & n' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. X_1 \cdot X_2 = \begin{pmatrix} mm' & mn' + n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in H$, deoarece

$mm' \in \left\{ \pm 1 \right\}.$

c) $X_1^2 = I_2, X_1 \neq I_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} m^2 & mn + n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow m^2 = 1 \text{ și } n(m+1) = 0.$ Pentru $m = 1, n = 0 \Rightarrow X_1 = I_2$, fals.

Pentru $m = -1, n \in \mathbb{Z}_5 \Rightarrow 5$ soluții.